**II–** Soit $f$ la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1+2\ln x}{x^2}$ .

On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

**1°) a)** Déterminer le point d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

**b)** Montrer que les axes du repère sont asymptotes à $\mathscr{C}_f$ .

**2°) a)** Montrer que $f$ est dérivable sur $IR_+^*$ , et pour tout $x\in]0;+\infty[$ , $f'(x)=\dfrac{-4\ln x}{x^3}$.

**b)** Dresser le tableau de variations de $f$ et montrer que $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha}$.

**c)** Tracer $\mathscr{C}_f$.

**3°) a)** Montrer que la restriction de $f$ à l'intervalle $[1;+\infty[$ admet une fonction réciproque $f^{-1}$.

**b)** Déterminer l'ensemble de définition et l'ensemble de dérivabilité de $f^{-1}$.

**c)** Résoudre l'inéquation $f^{-1}(x)>\alpha$ .

## EXERCICE N°3 : 30' 6 points

**1°)** Soit $g$ la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=1+x-x\ln x$.

**a)** Étudier les variations de $g$.

**b)** En déduire que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution $x_0$ dans $]0,+\infty[$.

Vérifier que $3,5< x_0 <3,6$.

**c)** En déduire le signe de $g$.

**2°)** Soit $f$ la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{\ln x}{1+x^2}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

**a)** Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x)=\dfrac{g(x^2)}{x(1+x^2)^2}$.

**b)** Dresser le tableau de variation de $f$.

**c)** Vérifier que $f\left(\sqrt{x_0}\right)=\dfrac{1}{2x_0}$.

**d)** Tracer la courbe (C). (on prendra $x_0\approx 3,6$).

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn